

向量测试

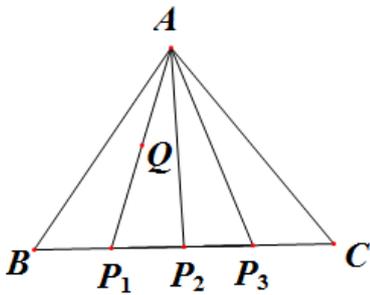
1. 已知 P 是 $\triangle ABC$ 内一点，且满足 $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC} = \vec{0}$ ，记 $\triangle ABP, \triangle BCP, \triangle ACP$ 的面积依次为 S_1, S_2, S_3 ，则 $S_1: S_2: S_3$ 等于 ()

- A. 1:2:3 B. 1:4:9 C. 6:1:2 D. 3:1:2

2. 已知圆 O 的半径为 3，直径 AB 上一点 D 使 $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AD}$ ， E, F 为另一直径的两个端点，则 $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} =$ ()

- A. -3 B. -4 C. -8 D. -6

3. 设 $\triangle ABC$ 是边长为 1 的正三角形，点 P_1, P_2, P_3 四等分线段 BC (如图所示).



(1) 求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP_1} + \overrightarrow{AP_1} \cdot \overrightarrow{AP_2}$ 的值;

(2) Q 为线段 AP_1 上一点，若 $\overrightarrow{AQ} = m\overrightarrow{AB} + \frac{1}{12}\overrightarrow{AC}$ ，求实数 m 的值;

(3) P 为边 BC 上一动点，当 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PC}$ 取最小值时，求 $\cos \angle PAB$ 的值.

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 向量 $\vec{a} = (S_n, 1), \vec{b} = (2^n - 1, \frac{1}{2})$, 满足条件 $\vec{a} = \lambda \vec{b}, \lambda \in \mathbf{R}$ 且 $\lambda \neq 0$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设函数 $f(x) = (\frac{1}{2})^x$, 数列 $\{b_n\}$ 满足条件 $b_1 = 2, f(b_{n+1}) = \frac{1}{f(-3 - b_n)}, (n \in \mathbf{N}^+)$,

① 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

② 设 $c_n = \frac{b_n}{a_n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 和 T_n .

答案由下期提供 (每周一期)