集合、不等式复习

1．若 M= $\{x|\frac{6}{x+3}\in N，x\in Z\}$，用列举法表示集合 M=<u>{－2，－1，0，3}</u>.

解答： 解：∵$\frac{6}{x+3}$∈N，x∈Z，

∴x+3=1，2，3，6，

∴x=－2，－1，0，3，

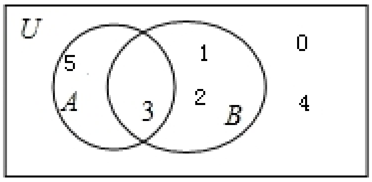
故答案为：{－2，－1，0，3}.

2. 已知全集 U={0,1,2,3,4,5}，且 B∩C_UA={1,2}，A∩C_UB={5}，C_UA∩C_UB={0,4}，则集合 A=____________.

【解答】解：全集 U={0，1，2，3，4，5}，且 B∩C_UA={1，2}，A∩C_UB={5}，C_UA∩C_UB={0，4}，

由韦恩图可知 A={3，5}

故答案为：{3，5}



3．不等式（a－2）x^2+2（a－2）x－4<0 对一切 x∈R 恒成立，则实数 a 的取值范围是<u>（－2，2]</u>.

解答： 解：当 a－2=0，a=2 时不等式即为－4<0，对一切 x∈R 恒成立 ①

当 a≠2 时，则须$\begin{cases}a-2<0\\ \triangle=4(a-2)^2+16(a-2)<0\end{cases}$ 即$\begin{cases}a<2\\ -2<a<2\end{cases}$∴－2<a<2 ②

由①②得实数 a 的取值范围是（－2，2]

故答案为：（－2，2]

4．已知 f（x）=$\begin{cases}1, & x\geqslant 0\\ 0, & x<0\end{cases}$则不等式 xf（x）+x≤2 的解集是<u>{x|x≤1}</u>.

解答： 解：x≥0 时，f（x）=1，

xf（x）+x≤2⇔x≤1，∴0≤x≤1；

当 x<0 时，f（x）=0，

xf（x）+x≤2⇔x≤2，∴ x<0．综上 x≤1．

故答案为：{x|x≤1}

5. 设全集为 R，对 a>b>0，集合 M= $\{x|b<x<\frac{a+b}{2}\}$，N= $\{x||\sqrt{ab}<x<a\}$，则 M∩C_RN=<u>$\{x|b<x\le\sqrt{ab}\}$</u>.

【解答】解：由 a>b>0，可得$\sqrt{ab}$>b，$\frac{a+b}{2}$<a，

由基本不等式可得，$\frac{a+b}{2}>\sqrt{ab}$，

由补集的运算可得 $C_RN=\{x|x\le\sqrt{ab}$或 $x\ge a\}$，

由交集的意义，可得 $M\cap C_RN=\{x|b<x\le\sqrt{ab}\}$.

6．定义关于 x 的不等式|x﹣A|＜B（A∈R，B＞0）的解集称为 A 的 B 邻域．若 a+b﹣3 的 a+b 邻域是区间（﹣3，3），则 a^2+b^2 的最小值是$\frac{9}{2}$.

【解答】解：由题意可得|x﹣（a+b﹣3）|＜a+b 的解集为（﹣3，3），|x﹣（a+b﹣3）|＜a+b 等价于（﹣3，2（a+b）﹣3），

∴ 2（a+b）﹣3=3，求得 a+b=3，∴ $a^2+b^2\ge\frac{(a+b)^2}{2}=\frac{9}{2}$，

故 a^2+b^2 的最小值为$\frac{9}{2}$，

故答案为：$\frac{9}{2}$.

7．给出下列四个命题：

（1）若 a＞b，c＞d，则 a﹣d＞b﹣c；

（2）若 $a^2x>a^2y$，则 x＞y；

（3）a＞b，则$\frac{1}{a-b}>\frac{1}{a}$；

（4）若$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$，则 $ab<b^2$.

其中正确命题是<u>（1）（2）（4）</u>.（填所有正确命题的序号）

【解答】解：（1）由 c＞d，得﹣d＞﹣c，又 a＞b，则 a﹣d＞b﹣c．故（1）正确；

（2）若 $a^2x>a^2y$，则 $a^2\neq0$，则$\frac{1}{a^2}\cdot a^2x>\frac{1}{a^2}\cdot a^2y$，∴ x＞y．故（2）正确；

（3）若 a＞0＞b，则 a﹣b＞a＞0，则$\frac{1}{a-b}<\frac{1}{a}$．故（3）错误；

（4）若$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$，则 b＜a＜0，∴ $ab<b^2$．故（4）正确．

故答案为：（1）（2）（4）.

8．若 a＞0，b＞0，则不等式﹣b＜$\frac{1}{x}$＜a 等价于(　　)

A．$-\frac{1}{b}<x<0$ 或 $0<x<\frac{1}{a}$　B．$-\frac{1}{a}<x<\frac{1}{b}$

C．$x<-\frac{1}{a}$或 $x>\frac{1}{b}$　D．$x<-\frac{1}{b}$或 $x>\frac{1}{a}$

【解答】解：

$$-b<\frac{1}{x}<a\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{x}+b>0\\ \frac{1}{x}-a<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1+bx}{x}>0\\ \frac{1-ax}{x}<0\end{cases}$$

官方网站：www.jidiedu.com
联系电话：55051096　18721029997　18721869997
华东总部：上海市杨浦区五角场万达广场 C 座 9 层（政通路 177 号）
上海市徐家汇中金国际广场 C 座 7 层（漕溪北路 375 号）

$\Leftrightarrow\begin{cases}x(bx+1)>0\\x(1-ax)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\text{或}x<-\dfrac{1}{b}\\x>\dfrac{1}{a}\text{或}x<0\end{cases}\Rightarrow x<-\dfrac{1}{b}\text{或}x>\dfrac{1}{a}$

故选 D．

9．下列说法正确的是(　　)

A．“若 $x^2=1$，则 $x=1$”的否命题是“若 $x^2=1$，则 $x\neq1$”

B．“$x=-1$”是“$x^2-5x-6=0$”的必要非充分条件

C．“$a+b\neq3$”是“$a\neq1$ 或 $b\neq2$”的充分非必要条件

D．“$\begin{cases}a+b>4\\ab>4\end{cases}$”是“$a>2$ 且 $b>2$”的充分必要条件

【解答】解：

A．“若 $x^2=1$，则 $x=1$”的否命题是“若 $x^2\neq1$，则 $x\neq1$”，因此不正确；

B．由 $x^2-5x-6=0$ 解得 $x=-1$ 或 6．∴ “$x=-1$”是“$x^2-5x-6=0$”的充分非必要条件，因此不正确；

C．由 $a=1$ 且 $b=2\Rightarrow a+b=3$，且逆否命题为：若“$a+b\neq3$”，则“$a\neq1$ 或 $b\neq2$”，因此“$a+b\neq3$”是“$a\neq1$ 或 $b\neq2$”的充分非必要条件，正确．

D．由“$a>2$ 且 $b>2$”⇒“$\begin{cases}a+b>4\\ab>4\end{cases}$”，反之不成立，例如 $a=1$，$b=5$，因此“$\begin{cases}a+b>4\\ab>4\end{cases}$”是“$a>2$ 且 $b>2$”的必要非充分条件，不正确．

故选：C．

10．若 $x>0$，$y>0$，且$\sqrt{x}+\sqrt{y}\leq a\sqrt{x+y}$恒成立，则 a 的最小值是(　　)

A．$2\sqrt{2}$ B．$\sqrt{2}$　C．2　　D．1

【解答】解：∵　$(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2\leq2(x+y)$，$x>0$，$y>0$，且$\sqrt{x}+\sqrt{y}\leq a\sqrt{x+y}$恒成立，

∴　$a\geq\sqrt{2}$，

∴　a 的最小值是$\sqrt{2}$．

故选：B．

11．（14 分）设 $A=\{x|x^2-ax+a^2-19=0\}$，$B=\{x|x^2-5x+6=0\}$，$C=\{x|x^2+2x-8=0\}$

（1）$A\cap B=A\cup B$，求 a 的值；

（2）若$\varnothing\subsetneq(A\cap B)$且 $A\cap C=\varnothing$，求 a 的值；

（3）$A\cap B=A\cap C\neq\varnothing$，求 a 的值．

【解答】解：(1) ∵　$B=\{x|x^2-5x+6=0\}=\{2,3\}$，$A\cap B=A\cup B$，∴　$A=B$．

∴　2 和 3 是方程 $x^2-ax+a^2-19=0$ 的两个根，∴　$2+3=a$，∴　$a=5$．

（2）∵　$\varnothing\subsetneq(A\cap B)$且 $A\cap C=\varnothing$，∴　A 与 B 有公共元素而与 C 无公共元素，∴　$3\in A$

∴　$9-3a+a^2-19=0$，解得 $a=-2$，或 $a=5$．

当 $a=-2$ 时，$A=\{3,-5\}$满足题意；当 $a=5$ 时，$A=\{2,3\}$此时 $A\cap C=\{2\}$不满足题意，∴　$a=-2$

（3）$A\cap B=A\cap C\neq\varnothing$，∴　$2\in A$，∴　$4-2a+a^2-19=0$ 解得 $a=-3$，$a=5$．

当 $a=-3$ 时，$A=\{2,-5\}$满足题意；当 $a=5$ 时，$A=\{2,3\}$不满足题意，故 $a=-3$．

故答案为：$a=-3$．