

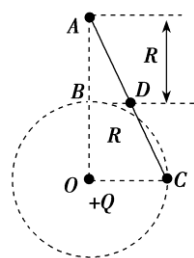
【高二物理 典题训练 06】
复合场与类单摆问题 答案详解

【题型 1】静电场中的复合场问题

对于既考虑重力又存在电场力的复合场问题，其处理方法一般有以下几种：

- (1)运动学角度：分方向受力分析，建立牛顿第二定律方程与运动学方程进行求解；
- (2)能量的角度：选取某一过程，列出动能定理进行求解；或根据能量守恒列出相关方程。
- (3)等效场角度：若静电场为匀强电场，则在两个均匀力学作用场的叠加作用下，可等效为一个新的重力场，并满足矢量叠加性。

【典例 1】如图所示，在重力加速度为 g 的空间，有一个带电荷量为 $+Q$ 的场源电荷置于 O 点， B 、 C 为以 O 为圆心，半径为 R 的竖直圆周上的两点， A 、 B 、 O 在同一竖直直线上， $AB=R$ ， O 、 C 在同一水平线上。现在有一质量为 m ，电荷量为 $-q$ 的有孔小球，沿光滑绝缘细杆 AC 从 A 点由静止开始滑下，滑至 C 点时速度的大小为 $\sqrt{5gR}$ ，下列说法正确的是（ ）



- A. 从 A 到 C 小球做匀加速运动
- B. 从 A 到 C 小球的机械能守恒
- C. B 、 A 两点间的电势差为 $mgR/2q$
- D. 若从 A 点自由释放，则下落到与 B 点在同一水平面的位置时的速度大小为 $\sqrt{3gR}$

【答案】CD

【解析】A、小球从 A 到 C 的过程中，受到重力、库仑力和细杆的支持力三个力的作用，库仑力是变化的，所以库仑力在细杆的方向上的分量也是变化的，沿细杆的方向上合外力不恒定。选项 A 错误。

B、小球从 A 到 C 的过程中，除了重力做功外，还有库仑力做功，所以此过程机械能不守恒。选项 B 错误。

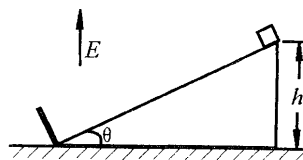
C、小球从 A 到 C 的过程中，重力和库仑力都做功，由动能定理有 $-qU_{AC} + 2mgR = 1/2 m(\sqrt{5gR})^2$ ，解得 $U_{AC} = -mgR/2$ ，故 $U_{BA} = -U_{AB} = -U_{AC} = mgR/2$ ，选项 C 正确。

D、 B 和 C 在同一个等势面上， BC 两点的电势相等。小球由 A 到 B 的过程中，重力和电场力做功。由动能定理有： $mgh - qU_{AB} = 1/2 mv^2$ ，由 C 选项可知 $U_{AB} = -mgR/2$ ，代入上式得 $v = \sqrt{3gR}$ ，选项 D 正确。

【考点】复合场，等势面，动能定理，机械能守恒。

【典例 2】如图所示，在倾角 $\theta = 37^\circ$ 的绝缘斜面所在空间存在着竖直向上的匀强电场，场强 $E = 4.0 \times 10^3 \text{ N/C}$ ，在斜面底端有一与斜面垂直的绝缘弹性挡板。质量 $m = 0.20 \text{ kg}$ 的带电滑块从斜面顶端由静止开始滑下，滑到斜面底端以与挡板相碰前的速率返回。已知斜面的高度 $h = 0.24 \text{ m}$ ，滑块与斜面间的动摩擦因数 $\mu = 0.30$ ，滑块带电荷 $q = -5.0 \times 10^{-4} \text{ C}$ ，取重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$ ， $\sin 37^\circ = 0.60$ ， $\cos 37^\circ = 0.80$ 。求：

- (1) 滑块从斜面最高点滑到斜面底端时的速度大小；
- (2) 滑块被挡板弹回能够沿斜面上升的最大高度。
- (3) 滑块在斜面上运动的总路程 s 和系统产生的热量 Q 。



【答案】 (1) 2.4 m/s; (2) 0.10 m; (3) 1 m; 0.96 J。

【解析】 (1) 滑块沿斜面滑下的过程中，受到的重力与电场力均竖直向下，可利用等效场思想，认为滑块所受等效重力 $G' = mg + qE$ 。故滑块所受摩擦力为 $f = \mu G' \cos \theta$ 。对于滑块第一次由顶端到底端的过程，有动能定理： $W_{G'} + W_f = \Delta E_k$ ，即 $G'h - (\mu G' \cos \theta) \frac{h}{\sin \theta} = \frac{1}{2}mv_1^2 - 0$ ，求解可得 $v_1 = 2.4$ m/s。

(2) 对于滑块第一次与挡板碰撞后沿斜面返回上升的高度最大的过程，重力与摩擦力均做负功。设此高度为 h_1 ，根据动能定理： $-G'h_1 - (\mu G' \cos \theta) \frac{h_1}{\sin \theta} = 0 - \frac{1}{2}mv_1^2$ ，求解可得 $h_1 = 0.10$ m。

(3) 滑块最终将静止在斜面底端，根据动能定理： $G'h - (\mu G' \cos \theta)s = 0 - 0$ ，求解可得 $s = 1$ m。

根据能量守恒，等效重力势能的减少等于产生的热能， $Q = G'h = (mg + qE)h = 0.96$ J。

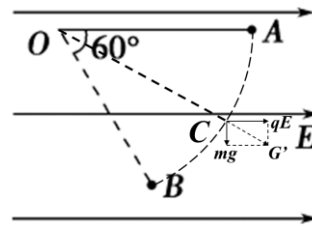
【考点】 复合场，等效法，动能定理。

【考点】 复合场，等效法，动能定理。

【题型 2】复合场中的类单摆问题

如图，电场水平向右，细线上端固定，下端拴一质量为 m 、带正电 q 的小球，小球静止 A 开始，运动的最低点为 B，角 BOA 为 θ ，则有以下结论：

(1) 由等效场角度可知，由于物体所受重力 mg 、电场力 qE 为恒力，故可等效于小球只受二者的合力 G' ，且三者满足矢量叠加原理，即大小满足 $G' = (mg^2 + qE^2)^{1/2}$ ， G' 与 qE 的夹角 α 满足 $\tan \alpha = mg/qE$ 。

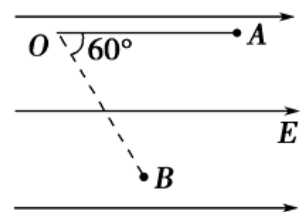


(2) 这种小球在等效重力场下的单摆运动，称为类单摆运动。系统的势能可看作电势能与重力势能之和。

(3) 根据最小势能原理：当系统的势能最小时为最稳定位置，即平衡位置。故类单摆的等效平衡位置 C 点在角 BOA 的角平分线上。小球在 C 点的回复力为 0，势能最小，动能最大。

(4) 由结论 1 与 3，以及单摆运动的对称性可知， G' 与 qE 的夹角 α 与 θ 实际上满足 $\alpha = 1/2 \theta$ 。

【典例 3】 一长为 L 的细线，上端固定，下端拴一质量为 m 、带电荷量为 q 的小球，处于如图所示的水平向右的匀强电场中，开始时，将线与小球拉成水平，然后释放，小球由静止开始向下摆动，当细线转过 60° 角时，小球到达 B 点速度恰好为零。试求：



- (1) AB 两点的电势差 U_{AB} ；
- (2) 匀强电场的场强大小；
- (3) 小球到达 B 点时，细线对小球的拉力大小。

【答案】 (1) $\sqrt{3} mgL/(2q)$ ；(2) $\sqrt{3} mg/q$ ；(3) 1 m; 0.96 J。

【解析】 (1) 小球由 A→B 过程中，由动能定理： $mgL \sin 60^\circ - qU_{AB} = 0$ ，所以 $U_{AB} = \sqrt{3} mgL/(2q)$ 。

(2) 根据匀强电场中场强公式 $E = U/d$ ，可得 $E = \frac{U_{AB}}{L - L \cos 60^\circ} = \sqrt{3} mg/q$ 。

(3) 小球在 AB 间做类单摆运动，由单摆的对称性知，B 处细线拉力与 A 处细线拉力相等，而在 A

处，小球速度为 0，无需提供向心力，故水平方向平衡有 $T_A = qE = \sqrt{3}mg$ ，所以 $T_B = T_A = \sqrt{3}mg$ 。
或在 B 处，沿细线方向合力为零，有 $T_B = qE \cos 60^\circ + mg \cos 30^\circ = \sqrt{3}mg$ 。

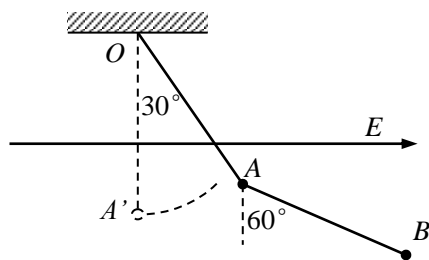
【考点】复合场，类单摆，动能定理，匀强电场场强公式，向心力。

[典例 4]如图所示，在水平向右、场强为 E 的匀强电场中，两个带电量均为 $+q$ 的小球 A、B 通过两根长度均为 L 的绝缘细线悬挂。A 球质量为 B 球质量的 5 倍，两球静止时，两细线与竖直方向的夹角分别为 30° 、 60° 。以悬挂点 O 作为零电势和零重力势能面。

(1)画出 B 球的受力示意图，并求 B 球的质量 m_B ；

(2)用一个外力作用在 A 球上，把 A 球缓慢拉到最低点 A'，两球电势能改变了多少？

(3)根据最小势能原理，当一个系统的势能最小时，系统会处于稳定平衡状态。撤去(2)问中的外力，直至两球在空气阻力作用下再次静止，此过程中，A、B 两球最小势能（包括电势能和重力势能）为多大？（本小题忽略两电荷之间的电势能）



【答案】(1) $\frac{\sqrt{3}qE}{3g}$ ；(2) qEL ；(3) $-(4 + \frac{2\sqrt{3}}{3})qEL$ 。

【解析】(1)小球 B 受 4 个力：竖直向下的重力、水平向右的电场力、沿绳子方向的拉力和库仑力。

重力与电场力合力沿绳，根据角度关系，有 $m_B g \tan 60^\circ = qE$ ，

B 球的质量： $m_B = \frac{\sqrt{3}qE}{3g}$ 。

(2)A 的移动不影响 AB 之间绳子的方向（B 保持平衡），当 A 移动到最低点时，两球在水平方向都移动了 $L/2$ ，克服电场力做功，故电势能增量为： $\Delta E_p = -W = 2qE \frac{L}{2} = qEL$ 。

(3)根据所给信息可知小球 A、B 回到最初静止的状态时总势能最小，势能包含重力势能与电势能。

此时总势能： $E_p = E_{pG} + E_{p电} = [-5m_B g \frac{\sqrt{3}}{2}L - m_B g (\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2})L] + [-qE \frac{L}{2} - qE (\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2})L]$ ，

整理得： $E_p = -(4 + \frac{2\sqrt{3}}{3})qEL$ 。

【考点】复合场，类单摆，电势能，最小势能原理。

