

【高三物理 典题训练 07】

机械波的多解性 答案详解

【知识总结】机械波的多解性

1. 多解性原因

波的传播过程中时间上的周期性、空间上的周期性以及传播方向上的双向性是导致“波动问题多解性”的主要原因。

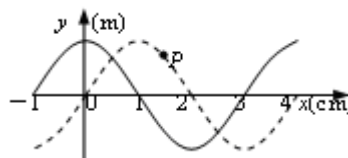
2. 多解情况

- (1) 波的传播方向不确定必有两种可能解；
- (2) 波形移动的距离 x 与波长 λ 的关系不确定，必有系列解；
- (3) 波形变化的时间 Δt 与周期 T 的关系不确定，必有系列解；
- (4) 两质点间的波形不确定形成多解。

注：(2)、(3)两条可总结为波的时空周期性导致的多解性。

【题型 1】波的传播方向的多解性问题

【典例 1】如图所示，实线为一列简谐波在 $t=0$ 时刻的波形，虚线表示经过 $\Delta t=0.2\text{s}$ 后它的波形图，已知 $T < \Delta t < 2T$ (T 表示周期)，则这列波传播速度可能值 $v=$ _____；这列波的频率可能值 $f=$ _____。



【答案】0.25m/s, 0.35m/s; 6.25Hz, 8.75Hz

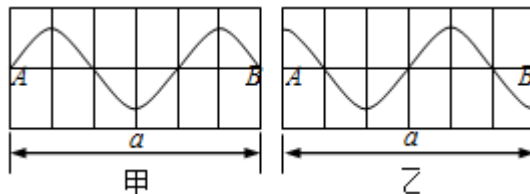
【解析】由图线可直接读出波长 $\lambda=0.04\text{m}$ ，因为 $T < \Delta t < 2T$ ，故多解性只由于传播方向引起。

(1) 所以当波向右传播时， $0.2\text{s} = \frac{5}{4}T$ ，周期 $T = \frac{4}{25}\text{s}$ ，则 $f = \frac{1}{T} = \frac{25}{4}\text{Hz} = 6.25\text{Hz}$ ， $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.04}{4/25}\text{m/s} = 0.25\text{m/s}$ 。

(2) 当波向左传播时， $0.2\text{s} = \frac{7}{4}T$ ，周期 $T = \frac{4}{35}\text{s}$ ，则 $f = \frac{1}{T} = \frac{35}{4}\text{Hz} = 8.75\text{Hz}$ ， $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.04}{4/35}\text{m/s} = 0.35\text{m/s}$ 。

【考点】机械波的多解性，描述机械波的物理量。

【典例 2】一列横波沿直线传播，在波的传播方向上有 A、B 两点。在 t 时刻 A、B 两点间形成如图甲所示波形，在 $(t+3\text{s})$ 时刻 A、B 两点间形成如图乙所示波形，已知 A、B 两点间距离 $a=9\text{m}$ ，则以下说法中正确的是 ()



- A. 若周期大于 4s，波可能向右传播
- B. 若周期为 4s，波一定向右传播
- C. 若波速为 8.5m/s，波一定向左传播
- D. 该波波速可能的最小值为 0.5m/s

【答案】BCD

【解析】A、B，若波向右传播， $3s = (n + \frac{3}{4})T_1$ ($n=0,1,2,\dots$)， $T_1 = \frac{12}{4n+3}s$ ；若波向左传播， $3s = (n + \frac{1}{4})T_2$ ($n=0,1,2,\dots$)， $T_2 = \frac{12}{4n+1}s$ 。由于 n 是整数，当 $n=0$ 时， $T=4s$ 时，符合 T_1 通项，波向右传播，而波向右传播周期 $T \leq 4s$ 。故 A 错误，B 正确。

C、由图知波长 $\lambda=6m$ ，若波速为 $8.5m/s$ ，波传播的距离为 $x=vt=8.5 \times 3m=25.5m=4\frac{1}{4}\lambda$ ，根据波形的平移，波一定向左传播。故 C 正确。

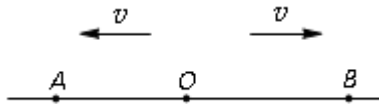
D、波传播的最大距离为向左传播 $1.5m$ ，波速可能的最小值为 $v=x/t=1.5/3m/s=0.5m/s$ 。故 D 正确。

【考点】机械波的多解性，描述机械波的物理量，机械波的传播。

【题型 2】波的时空周期性的多解性问题

[典例 3] 如图所示，A、B 和 O 位于同一条直线上，波源 O 产生的横波沿该直线向左、右两侧传播，波速均为 v 。当波源起振后经过时间 Δt_1 ，A 点起振，再经过时间 Δt_2 ，B 点起振，此后 A、B 两点的振动方向始终相反，则下列说法中正确的是 ()

- A. A、B 两点的起振方向相同
- B. 波源周期的最大值为 Δt_2
- C. 该列横波的波长为 $\frac{2v \cdot \Delta t_2}{2n+1}$ ($n=0,1,2,\dots$)
- D. A、B 两点之间的距离一定为半波长的奇数倍



【答案】AC

【解析】A、简谐波传播过程中各质点起振方向都与波源的起振方向相同，A、B 起振方向相同，A 正确。

B、作出 A 点关于波源 O 点的对称点 C，则有 A、C 两点的振动总是同步。A、B 两点的振动方向始终相反。则 C、B 两点的振动方向始终相反，所以 C、B 间距离为半个波长，则 A、B 两点到振源 O 的距离之差为半波长的奇数倍， $x_{AB} = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$ ， $\Delta t_2 = (2n+1)\frac{T}{2}$ ， $T = \frac{\Delta t_2}{n+1/2}$ ($n=0,1,2,3,\dots$) 则最大周期 $T=2\Delta t_2$ ，故 B 错误；

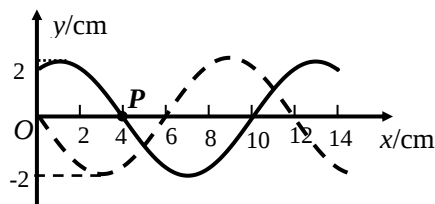
C、波长 $\lambda = vT = v \frac{\Delta t_2}{n+1/2} = \frac{2v\Delta t_2}{2n+1}$ ($n=0,1,2,3,\dots$)，故 C 正确；

D、由于 A、B 两点的振动方向始终相反，故 A、B 两点到振源 O 的距离之差为半波长的奇数倍，但 A、B 两点之间的距离不一定为半波长的奇数倍，故 D 错误；

【考点】机械波的多解性，描述机械波的物理量，机械波的产生与传播。

[典例 4] 如图所示，实线是沿 x 轴传播的一列简谐横波在 $t=0$ 时刻的波形图，质点 P 恰在平衡位置，虚线是这列波在 $t=0.2s$ 时刻的波形图。已知该波的波速是 $0.8 m/s$ ，则下列说法正确的是 ()

- A. 这列波可能是沿 x 轴正方向传播的
- B. $t=0$ 时， $x=4 cm$ 处质点 P 的速度沿 y 轴负方向
- C. 质点 P 在 $0.6s$ 时间内经过的路程为 $0.32m$
- D. 质点 P 在 $0.4s$ 时刻速度方向与加速度方向相同



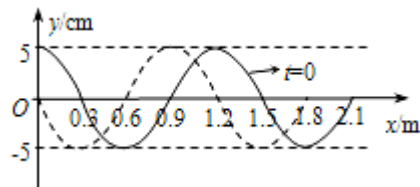
【答案】BC

【解析】A、由图读出波长 $\lambda=12\text{cm}$ ，由 $v=\frac{\lambda}{T}$ 得周期 $T=\frac{\lambda}{v}=\frac{0.12}{0.8}\text{s}=0.15\text{s}$ ， $t=0.2\text{s}=\frac{4}{3}T$ ，由图看出，实线到虚线，波形向右平移了 $9\text{cm}-1\text{cm}=8\text{cm}=\frac{2}{3}\lambda$ ，向左平移了 $13\text{cm}-9\text{cm}=4\text{cm}=\frac{1}{3}\lambda$ 。故得知，波形应向左平移，波沿 x 轴负方向传播。故 A 错误。
B、波沿 x 轴负方向传播， $t=0$ 时， $x=4\text{cm}$ 处质点 P 的速度沿 y 轴负方向，故 B 正确。
C、时间 $t=0.6\text{s}=4T$ ，而每个周期内质点通过的路程是 $4A$ ，则质点 P 在 0.6s 时间内经过的路程为 $S=4\times 4A=0.32\text{m}$ ，故 C 正确。
D、质点 P 在 0.4s 时刻与 0.1s 时刻状态相同，而 $t=0.1\text{s}=\frac{2}{3}T$ ，质点 P 正从平衡位置向波谷运动，速度方向向下，而加速度方向向上，故 D 错误。

【考点】机械波的多解性，描述机械波的物理量，机械波的产生与传播。

【典例 5】如图所示，有一列沿 x 轴正方向传播的简谐横波，图中实线和虚线分别是该波在 $t=0$ 和 $t=0.03\text{s}$ 时刻的波形图，则（ ）

- A. 该波的波速可能是 10m/s
B. 该波的频率可能是 25Hz
C. 在 $t=0.03\text{s}$ 时刻， $x=0.3\text{m}$ 处质点的位移是 5cm
D. 在 $t=0$ 时刻， $x=1.4\text{m}$ 处质点的速度方向沿 y 轴负方向



【答案】B

【解析】A、B，由图知：波长为 $\lambda=1.2\text{m}$ ；波沿 x 轴正方向传播，根据波形的平移法可知， $t=(n+\frac{3}{4})T$ ，

($n=0,1,2,\dots$)，则周期 $T=\frac{4t}{4n+3}=\frac{0.12}{4n+3}\text{s}$ ，频率 $f=\frac{1}{T}=\frac{4n+3}{0.12}\text{Hz}$ ，当 $n=0$ 时， $f=25\text{Hz}$ ；波

速 $v=\frac{\lambda}{T}=(40n+30)\text{m/s}$ ，当 $n=0$ 时， $v=30\text{m/s}$ ，不可能为 10m/s ，故 A 错误，B 正确；

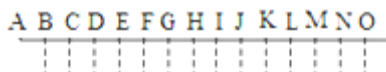
C、据波形图可知， $t=0.03\text{s}$ 时刻， $x=0.3\text{m}$ 处质点的位移是 -5cm ，故 C 错误；

D、据波形平移法可知， $t=0$ 时 $x=1.4\text{m}$ 处质点的振动方向沿 y 轴的正方向，故 D 错误。

【考点】机械波的多解性，描述机械波的物理量，机械波的产生与传播。

【题型 3】波形不确定的多解性问题

【典例 6】取一根柔软的弹性绳，使绳处于水平伸直状态。从绳的端点 A 开始每隔 0.50m 标记一个点，依次记为 B、C、D...如图所示。现让 A 开始沿竖直方向做简谐运动，经过 0.7s 波正好传到 O 点，此时 A 点第二次到达正向最大位移，则波速为_____ m/s ，波的周期为_____ s 。



【答案】 10 m/s ； 0.4 s 或 0.56 s

【解析】(1)经过 0.7s 波由 A 点传到 O 点， $v = \frac{s}{t} = \frac{7}{0.7} \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$ 。

(2)由于波源 A 点的初始振动方向未知，故分为两种波形：

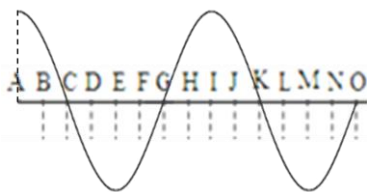


图 1

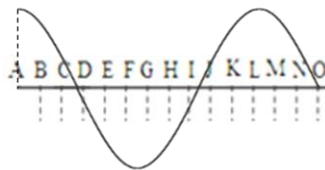


图 2

①若 A 开始向下振动，则 O 开始也向下振动，如图 1， $1\frac{3}{4}T = 0.7\text{s}$ ，所以 $T = 0.4 \text{ s}$ 。

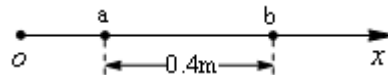
②若 A 开始向上振动，则 O 开始也向上振动，如图 2， $1\frac{1}{4}T = 0.7\text{s}$ ，所以 $T = 0.56 \text{ s}$ 。

故答案为：10 m/s；0.4 s 或 0.56 s。

【考点】机械波的多解性，描述机械波的物理量，机械波的产生与传播。

[典例 7] 如图所示，一列沿 x 轴正方向传播的简谐横波，振幅为 10cm，波速为 8m/s，在波的传播方向上两质点 a、b 的平衡位置相距 0.4m（小于一个波长）。当质点 a 在波峰位置时，质点 b 在 x 轴上方与 x 轴相距 5cm 的位置，则（ ）

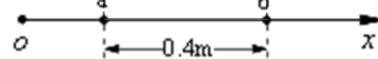
- A. 此波的波长可能为 2.4m
- B. 此波的周期可能为 0.6s
- C. 质点 b 的振动周期可能为 0.06s
- D. 从此刻起经过 0.2s，b 点一定处于波谷位置



【答案】ACD

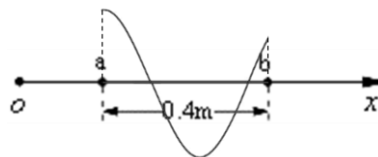
【解析】ab 间的时间 $t = \frac{x}{v} = \frac{0.4}{8} \text{ s} = 0.05 \text{ s}$ 。根据题意波形有两种情况：

(1)第 1 种情况：波的图象如图所示，波形由波峰直接到半波峰处，根据三角函数知识可知，ab 间对应的距离为 $\frac{1}{6}\lambda = 0.4 \text{ m}$ ，



故波长 $\lambda = 2.4 \text{ m}$ ，同时 ab 间的时间满足 $\frac{1}{6}T = 0.05 \text{ s}$ ， $T = 0.3 \text{ s}$ 。

(2)第 2 种情况：波的图象如图所示，波形经历一次波谷后到达半波峰。根据三角函数知识，ab 间对应的距离为 $(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{12})\lambda =$



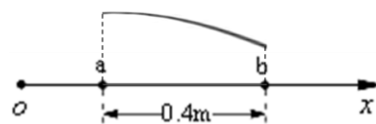
$\frac{5}{6}\lambda = 0.4 \text{ m}$ ，故 $\lambda = 0.48 \text{ m}$ ，同时 ab 间的时间满足 $\frac{5}{6}T = 0.05 \text{ s}$ ， $T = 0.06 \text{ s}$ 。

A、B、C，由上述分析可知，A、C 正确，B 错误。

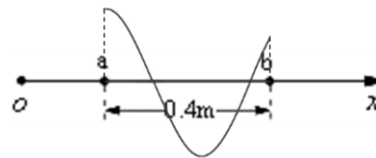
D、从此刻起经过 0.2 s，波传播的距离： $\Delta x = v\Delta t = 8 \times 0.2 \text{ m} = 1.6 \text{ m}$

根据以上两种情况，也有两种对应的情况：

(1)第 1 种情况：对于波长是 2.4 m 的波，a 点到左侧的波谷是半个波长，b 点到左侧的波谷的距离是： $\Delta x_1 = \frac{1}{2}\lambda + 0.4 \text{ m} = \frac{1}{2} \times 2.4 + 0.4 \text{ m} = 1.6 \text{ m} = \Delta x$ 。同时，经过 0.2 s 后，波谷正好传播了 $0.2 \times 8 \text{ m} = 1.6 \text{ m}$ ，故波谷恰好到 b 点，b 在波谷。



(2)第 2 种情况，波长是 0.48 m 的波，b 点到左侧的波谷的距离是： $(\frac{1}{4} + \frac{1}{12})\lambda = \frac{1}{3}\lambda = 0.16 \text{ m}$ ，同理，经过 0.2 s 波谷正好传播了 1.6m，故波谷恰好到 b 点，b 在波谷。所以两种情况下 b 都在波谷，故 D 正确。



【考点】机械波的多解性，描述机械波的物理量，机械波的产生与传播。