

数形结合思想

类型一 利用数形结合思想讨论方程的根、函数的零点

例 1. $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，且当 $x \in (0, +\infty)$ 时， $f(x) = 2016^x + \log_{2016} x$ ，则函数 $f(x)$ 的零点的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

类型二 利用数形结合思想解不等式或求参数范围

例 2. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数，且当 $x \geq 0$ 时， $f(x) = a|x-2| - a$ ，其中 $a > 0$ 为常数. 若函数 $y = f[f(x)]$ 有 10 个零点，则 a 的取值范围是_____.

类型三 利用数形结合思想求最值

例 3. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x - y - 6 \leq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$ ，若目标函数 $z = ax + by (a, b > 0)$ 的最大值是 12，则 $a^2 + b^2$ 的

最小值是 ()

- A. $\frac{6}{13}$ B. $\frac{36}{5}$ C. $\frac{6}{5}$ D. $\frac{36}{13}$

类型四 运用数形结合思想解决解析几何中的问题

例 4. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F ，直线 $y = 4$ 与 y 轴的交点为 P ，与抛物线 C 的交点为

Q ，且 $|QF| = \frac{5}{4}|PQ|$. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点 F_1 与抛物线 C 的焦点重合，且离心率为 $\frac{1}{2}$.

(1) 求抛物线 C 和椭圆 E 的方程；

(2) 若过椭圆 E 的左焦点 F_2 的直线 l 与椭圆交于 A, B 两点，求三角形 OAB (O 为坐标原点) 的面积 $S_{\triangle OAB}$ 的最大值.