

函数的奇偶性与单调性

1. 已知定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 满足: 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^3$, 若不等式 $f(-4t) > f(2m + mt^2)$ 对任意实数 t 恒成立, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -\sqrt{2})$ B. $(-\sqrt{2}, 0)$
C. $(-\infty, 0) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$ D. $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$

2. 已知 $f(x)$ 是奇函数并且是 R 上的单调函数, 若函数 $y = f(x^2 + 2) + f(-2x - m)$ 只有一个零点, 则函数

$g(x) = mx + \frac{4}{x-1} (x > 1)$ 的最小值是 ()

- A. 3 B. -3
C. 5 D. -5

3. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 是奇函数, 且 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数, $f(2) = 0, g(x) = f(x+2)$,

则不等式 $xg(x) \leq 0$ 的解集是 ()

- A. $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ B. $[-4, -2] \cup [0, +\infty)$
C. $(-\infty, -4] \cup [-2, +\infty)$ D. $(-\infty, -4] \cup [0, +\infty)$

4. 已知 $f(x)$ 是定义在 $[-1, 1]$ 上的奇函数, 且 $f(1) = 1$, 若 $m, n \in [-1, 1], m + n \neq 0$ 时, 有 $\frac{f(m) + f(n)}{m + n} > 0$.

(1) 证明 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上是增函数;

(2) 解不等式 $f(x^2 - 1) + f(3 - 3x) < 0$;

(3) 若 $f(x) \leq t^2 - 2at + 1$ 对任意 $x \in [-1, 1], a \in [-1, 1]$ 恒成立, 求实数 t 的取值范围.