数列概念

1.根据下面各数列前几项，写出一个通项：

（1）$-1,7,-13,19,\cdots$；（2） $9,99,999,9999,\cdots$（3）$7,77,777,7777,\cdots$；

（4）$0.4,0.44,0.444,0.4444\cdots$；（5）$\frac{2}{3},\frac{4}{15},\frac{6}{35},\frac{8}{63},\frac{10}{99},\ldots$；

（6）$5,0,-5,0,5,0,-5,0,\cdots$；（7）$1,0,1,0,1,0,1,0,\cdots$；

（8）$p,q,p,q,p,q,\ldots$；（9）$2,6,12,20\cdots$（10）$1,3,7,15,31,63,\cdots$

解：（1）$a_n=(-1)^n(6n-5)\left(n\in N^*\right)$；（2）$a_n=10^n-1\left(n\in N^*\right)$

（3）$a_n=\frac{7}{9}(10^n-1)\left(n\in N^*\right)$；（4）$a_n=\frac{4}{9}\left(1-\frac{1}{10^n}\right)\left(n\in N^*\right)$；

（5）$a_n=\frac{2n}{(2n-1)(2n+1)}\left(n\in N^*\right)$；（6）$a_n=5\sin\frac{n\pi}{2}\left(n\in N^*\right)$；

（7）$a_n=\frac{1+(-1)^{n+1}}{2}\left(n\in N^*\right)$ ；（8）$a_n=\frac{p+q}{2}-(-1)^n\frac{p-q}{2}(n\in N^*)$

（9）$a_n=n(n+1)\left(n\in N^*\right)$； （10）$a_n=2^n-1\left(n\in N^*\right)$；

2.数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，且$a_1a_2a_3\cdots a_n=n^2$，则$a_3+a_5=$___________。

解：当$n\geq 2$时，$a_1a_2a_3\cdots a_n=n^2$；

当$n\geq 3$时，$a_1a_2a_3\cdots a_{n-1}=(n-1)^2$；

两式相除$a_n=\left(\frac{n}{n-1}\right)^2(n\geq 3)$，（简单阶商法）

$\therefore a_3=\frac{9}{4}$，$a_5=\frac{25}{16}$，$\therefore a_3+a_5=\frac{61}{16}$。

3.数列$1,\frac{1}{2},1,\frac{1}{3},\frac{2}{3},1,\frac{1}{4},\frac{2}{4},\frac{3}{4},1,\cdots,\frac{1}{n},\frac{2}{n},\frac{3}{n},\cdots$的第 43 项是_________

解：把第二项及后面的“1”看成分母依次为$2,3,4,\cdots,n$的数，所以分母为$2,3,4,\cdots,n$的项依次有$2,3,4,\cdots,n$个，而$1+2+\cdots+8=36,1+2+\cdots+9=45$，所以第 43 项的分母是 9，分子是 7，故应填$\frac{7}{9}$；

4. 已知数列$\{a_n\}$的前 4 项分别为 1、0、1、0，给出下列各式（$n\in N^*$）

① $a_n=\dfrac{1+(-1)^{n+1}}{2}$；② $a_n=\dfrac{1+(-1)^{n+1}}{2}+(n-1)(n-2)$；③ $a_n=\sin^2\dfrac{n\pi}{2}$；

④ $a_n=\begin{cases}0 & n=2k,k\in N^*\\ 1 & n=2k-1,k\in N^*\end{cases}$

则可作为数列$\{a_n\}$的通项公式的序号是___（1）（3）（4）_______.

5. 数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，且$a_1a_2a_3\cdots a_n=n^2$，则$a_3+a_5=$___________。

解：当$n\geq 2$时，$a_1a_2a_3\cdots a_n=n^2$；

当$n\geq 3$时，$a_1a_2a_3\cdots a_{n-1}=(n-1)^2$；

两式相除$a_n=\left(\dfrac{n}{n-1}\right)^2\ (n\geq 3)$，（简单阶商法）

$\therefore a_3=\dfrac{9}{4}$，$a_5=\dfrac{25}{16}$，$\therefore a_3+a_5=\dfrac{61}{16}$。