

不等式性质及基本不等式

1.6; 2. $2\sqrt{3}+2$ 3.2; 4. $\frac{1}{8}$; 5.D; 6. B; 7.A; 8.D;

9.解: (1) 已知 $a > 0, b > 0$, 求证: $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \geq \frac{a+b}{2}$;

(2) 已知 $a > 1, b > 1$, 且 $a > b$, 试比较 $a + \frac{1}{a}$ 与 $b + \frac{1}{b}$ 的大小。

解: (1) $a^2 + b^2 \geq 2ab \Rightarrow 2(a^2 + b^2) \geq a^2 + 2ab + b^2$
 $\Rightarrow 2(a^2 + b^2) \geq (a+b)^2 \Rightarrow \frac{a^2+b^2}{2} \geq (\frac{a+b}{2})^2$ 2分

由于 $a > 0, b > 0 \Rightarrow a+b > 0$, 故 $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \geq \frac{a+b}{2}$ 3分

(2) 解: 由于 $a + \frac{1}{a} - (b + \frac{1}{b}) = (a-b) + (\frac{1}{a} - \frac{1}{b})$
 $= (a-b) + \frac{b-a}{ab} = (a-b)(1 - \frac{1}{ab}) = (a-b) \cdot \frac{ab-1}{ab}$, 6分

因为 $a > 1, b > 1 \Rightarrow ab > 1 \Rightarrow ab-1 > 0$ 且 $ab > 0$, 又 $a > b \Rightarrow a-b > 0$,

所以 $(a-b) \cdot \frac{ab-1}{ab} > 0$ 。

故 $a + \frac{1}{a} > b + \frac{1}{b}$ 8分

**如果本套试题有不会的题目，请于每周五，周六，周日下午 16:00——17:00 来吉地教育五角场校区，
一线教师，**免费**为你一对一答疑！**