向量运算

1．已知$\vec{a}$，$\vec{b}$满足：$\left|\vec{a}\right|=3$，$\left|\vec{b}\right|=2$，$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=4$，则$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=$（　）

A. $\sqrt{3}$　B. $\sqrt{5}$　C. 3　D. $\sqrt{10}$

【答案】D

【解析】$\because\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2+\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2=2\left|\vec{a}\right|^2+2\left|\vec{b}\right|^2\therefore\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2=2\times9+2\times4-16=10,\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{10}$，选 D.

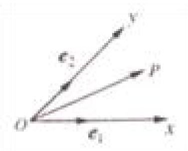
2．已知四边形$ABCD$中，G为CD的中点，则$\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BC}\right)$等于（　）

A. $\overrightarrow{AG}$　B. $\overrightarrow{CG}$　C. $\overrightarrow{BC}$　D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

【答案】A

【解析】$\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BC}\right)=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{AG}$，选 A.

3．如图，设ox,oy是平面内相交成45°角的两条数轴，$\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}$分别是$x$轴、$y$轴正方向同向的单位向量，若向量$\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{e_1}+y\overrightarrow{e_2}$，则把有序数对$\left(x,y\right)$叫做向量$\overrightarrow{OP}$在坐标系$xOy$中的坐标，在此坐标系下，假设$\overrightarrow{OA}=\left(-2,2\sqrt{2}\right)$，$\overrightarrow{OB}=\left(2,0\right)$，$\overrightarrow{OC}=\left(5,-3\sqrt{2}\right)$，则下列命题不正确的是（　）



A. $\overrightarrow{e_1}=\left(1,0\right)$　B. $\left|\overrightarrow{OA}\right|=2\sqrt{3}$　C. $\overrightarrow{OA}//\overrightarrow{BC}$　D. $\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$

【答案】B

【解析】在平面直角坐标系中可得：$\overrightarrow{e_1}=\left(1,0\right),\overrightarrow{e_2}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，则：

$\overrightarrow{OA}=-2\overrightarrow{e_1}+2\sqrt{2}\overrightarrow{e_2}=\left(0,2\right),\left|\overrightarrow{OA}\right|=2$，

$\overrightarrow{OB}=2\overrightarrow{e_1}=\left(2,0\right)$，则$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$，

本题选择 B 选项.

4. 已知向量$\vec{m}=\left(\sqrt{3}\sin x,\sin x\right),\vec{n}=\left(\cos x,\sin x\right)$.

（Ⅰ）若$\vec{m}//\vec{n}$且$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，求角$x$；

（Ⅱ）若$f\left(x\right)=\overrightarrow{m}\vec{n}$，求函数$f\left(x\right)$的最小正周期和单调递增区间.

【答案】（1） $x=\frac{\pi}{6}$ 或 $x=0$ （2）周期 $T=\pi$ 单调递增区间为 $\left[k\pi-\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{\pi}{3}\right],k\in Z$.

【解析】试题分析：（1）根据 $\vec{m}//\vec{n}$ 可得 $\sqrt{3}\sin^2x=\sin x\cos x$ 得 $\tan x=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $\sin x=0$ （2）由 $(x)=\overrightarrow{m}\cdot\vec{n}$

得 $f(x)=\sqrt{3}\sin x\cos x+\sin^2x=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{2}$ 然后根据正弦函数单调区间即可求解

试题解析：

（1） $\because \vec{m}//\vec{n}$ $\therefore \tan x=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $\therefore \sin x=0$

$\because x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ $x=\frac{\pi}{6}$ 或 $x=0$

（2） $f(x)=\sqrt{3}\sin x\cos x+\sin^2x=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{2}$

周期 $T=\pi$ 单调递增区间为 $\left[k\pi-\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{\pi}{3}\right],k\in Z$.

点睛：解本题关键要熟悉向量的平行的结论，然后结合三角函数化简的公式以及单调区间的求法便可以轻松解决此题