

直线与圆

1. 直线 $mx+4y-2=0$ 与 $2x-5y+n=0$ 垂直，垂足为 $(1, p)$ ，则 $m-n+p=$ _____.

【答案】20

2. $M(x_0, y_0)$ 为圆 $x^2+y^2=a^2 (a>0)$ 内异于圆心的一点，则直线 $x_0x+y_0y=a^2$ 与该圆的位置关系为__

【答案】相离

3. 若直线 $y=x+b$ 与曲线 $x=\sqrt{2-y^2}$ 恰有一个公共点，则实数 b 的取值范围是_____.

【答案】 $-\sqrt{2} < b \leq \sqrt{2}$ 或 $b = -2$

4. 已知两直线 $l_1: mx+8y+n=0$ 和 $l_2: 2x+my-1=0$

(1) 试确定 m, n 的值使 l_1 与 l_2 相交于点 $P(m, -1)$

(2) $l_1 \parallel l_2$

【答案】(1) $\because m^2-8+n=0, 2m-m-1=0, \therefore m=1, n=7$

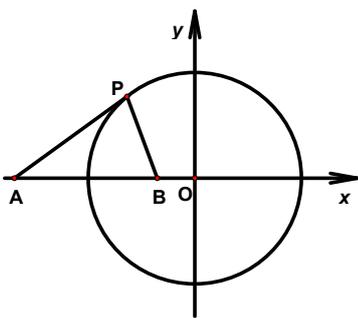
(2) 由 $m \times m - 8 \times 2 = 0$ ，得 $m = \pm 4$ ，再由 $8 \times (-1) - n \times m \neq 0$

得 $m = 4, n \neq -2$ 或 $m = -4, n \neq 2$ 时， $l_1 \parallel l_2$

5. 已知圆 $C: x^2+y^2=9$ ，点 $A(-5, 0)$ ，直线 $l: x-2y=0$ 。

(1) 求与圆 C 相切，且与直线 l 垂直的直线方程；

(2) 在直线 OA 上 (O 为坐标原点)，存在定点 B (不同于点 A)，满足：对于圆 C 上任一点 P ，都有 $\frac{PB}{PA}$ 为一常数，试求所有满足条件的点 B 的坐标。



【答案】(1) 设所求直线方程为 $y = -2x + b$ ，即 $2x + y - b = 0$ ，

\because 直线与圆相切， $\therefore \frac{|-b|}{\sqrt{2^2+1^2}} = 3$ ，得 $b = \pm 3\sqrt{5}$ ，

\therefore 所求直线方程为 $y = -2x \pm 3\sqrt{5}$

(2)方法 1: 假设存在这样的点 $B(t,0)$,

当 P 为圆 C 与 x 轴左交点 $(-3,0)$ 时, $\frac{PB}{PA} = \frac{|t+3|}{2}$;

当 P 为圆 C 与 x 轴右交点 $(3,0)$ 时, $\frac{PB}{PA} = \frac{|t-3|}{8}$,

依题意, $\frac{|t+3|}{2} = \frac{|t-3|}{8}$, 解得, $t = -5$ (舍去), 或 $t = -\frac{9}{5}$ 。

下面证明 点 $B(-\frac{9}{5},0)$ 对于圆 C 上任一点 P , 都有 $\frac{PB}{PA}$ 为一常数。

设 $P(x,y)$, 则 $y^2 = 9 - x^2$, $\therefore \frac{PB^2}{PA^2} = \frac{(x+\frac{9}{5})^2 + y^2}{(x+5)^2 + y^2} = \frac{x^2 + \frac{18}{5}x + \frac{81}{25} + 9 - x^2}{x^2 + 10x + 25 + 9 - x^2} = \frac{\frac{18}{25}(5x+17)}{2(5x+17)} = \frac{9}{25}$,

从而 $\frac{PB}{PA} = \frac{3}{5}$ 为常数。

方法 2: 假设存在这样的点 $B(t,0)$, 使得 $\frac{PB}{PA}$ 为常数 λ , 则 $PB^2 = \lambda^2 PA^2$,

$\therefore (x-t)^2 + y^2 = \lambda^2 [(x+5)^2 + y^2]$, 将 $y^2 = 9 - x^2$ 代入得,

$x^2 - 2xt + t^2 + 9 - x^2 = \lambda^2 (x^2 + 10x + 25 + 9 - x^2)$, 即

$2(5\lambda^2 + t)x + 34\lambda^2 - t^2 - 9 = 0$ 对 $x \in [-3,3]$ 恒成立,

$\therefore \begin{cases} 5\lambda^2 + t = 0, \\ 34\lambda^2 - t^2 - 9 = 0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} \lambda = \frac{3}{5} \\ t = -\frac{9}{5} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} \lambda = 1 \\ t = -5 \end{cases}$ (舍去),

所以存在点 $B(-\frac{9}{5},0)$ 对于圆 C 上任一点 P , 都有 $\frac{PB}{PA}$ 为常数 $\frac{3}{5}$ 。

如果本套试题有不会的题目, 请于每周五, 周六, 周日下午 16:00----17:00 来吉地教育五角场校区, 一线教师, 免费为你一对一答疑!