

函数应用

1. (1) $f(x) = 2x\sqrt{1600 - x^2}, x \in (0, 40)$; (2) $y_{\max} = 1600, x = 20\sqrt{2}$.

2. 解：设该城建公司获得的利润为 y 千元，1 分

由题意得 $y = 800 + 2x - (6x + \frac{784}{x+3} - 118) = 918 - 4x - \frac{784}{x+3}$ 4 分

$$= 918 - 4(x + 3 + \frac{196}{x+3} - 3)$$

$$\leq 918 - 4(2\sqrt{196} - 3)$$

$$= 918 - 100 = 818(\text{万元}) \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

当且仅当 $x + 3 = \frac{196}{x+3}$ 即 $x = 11$ 时取等号9 分

答：该公司提前 11 天可获得最大利润 818 万元。10 分

3. 解：(1) $\Delta = (m-1)^2 + 4(2m+1) \geq 0 \Rightarrow m \in (-\infty, -5] \cup [-1, +\infty)$...2 分

$g(m) = x_1^2 + x_2^2 = m^2 + 2m + 3 = (m+1)^2 + 2$ 故 $m = -1$ 时， $g(m)_{\min} = 2$5 分

(2) 假设存在正数 a 和常数 m 满足题意，则 $f(x)_{\min} = 0$.

①若 $f(0) = 0$ ，则 $m = -\frac{1}{2}$ ，此时 $f(x) = x^2 - \frac{3}{2}x$

当 $x \in (0, \frac{3}{2})$ 时， $f(x) < 0$ ，不符题意，舍；2 分

②若 $f(a) = 0$ ，则 $f(0) = a$ ， $a = -2m - 1$

所以 $f(a) = (-2m - 1)^2 + (m - 1)(-2m - 1) - 2m - 1 = 0$ ，

得 $m = -\frac{1}{2}$ (舍) 或 $m = -1, a = 1$ ，经检验符合题意；4 分

③若 $f(\frac{1-m}{2}) = 0$ ，则 $m^2 + 6m + 5 = 0 \Rightarrow m = -1$ (符合题意) 或 $m = -5$

当 $m = -5$ 时， $f(x) = (x - 3)^2$ $x \in [0, a]$ 上的值域为 $[0, a]$.

因为 $f(0) = 9$ ，故 $\begin{cases} a \geq 9 \\ f(a) = a \end{cases}$ 无实数解；6 分

综上知，仅当 $a = 1, m = -1$ 时满足题意。7 分

如果本套试题有不会的题目，请于每周五，周六，周日下午 16:00——17:00 来吉地教育五角场校区，

一线教师，免费为你一对一答疑！