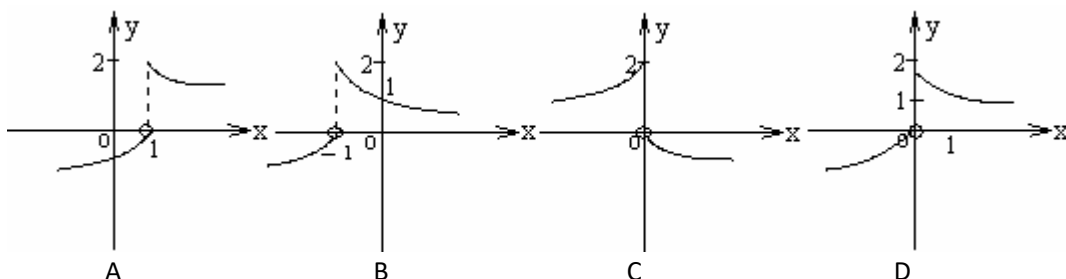


数形结合（2）

1. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x & (x \leq 1) \\ \log_{\frac{1}{2}} x & (x > 1) \end{cases}$ ，则 $f(1-x)$ 的图象是（ ）



分析：可以根据已知函数写出所研究的函数，没有必要画出函数图象，只需取特殊点就可以判断。

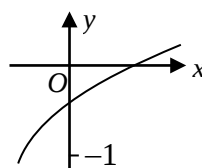
解：由已知得 $f(1-x) = \begin{cases} 2^{1-x} & (x \geq 0) \\ \log_{\frac{1}{2}}(1-x) & (x < 0) \end{cases}$ 取特殊值 $x=0$ 和 $x=-1$ 时，图象所过的点为 $(0, 2), (-1, -1)$ ，

结合图形知选 D。

答案：D

2. 已知函数 $f(x) = \log_a(2^x + b - 1)$ ($a > 0, a \neq 1$) 的图象如图所示，则 a, b 满足的关系是（ ）

- A. $0 < a^{-1} < b < 1$ B. $0 < b < a^{-1} < 1$
C. $0 < b^{-1} < a < 1$ D. $0 < a^{-1} < b^{-1} < 1$



由图可知函数为增函数，所以 $a > 1$ ， $\therefore 0 < a^{-1} < 1$ 取 $x=0$ 得， $f(0) = \log_a b \therefore -1 < \log_a b < 0 \therefore a^{-1} < b < 1 \therefore$

$0 < a^{-1} < b < 1$ 故选 A

答案：A

评注：本题采用数形结合，利用取特殊点的办法解决问题，比较简捷。

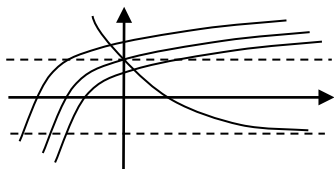
3. 已知函数 $f(x) = x^2 + e^x - \frac{1}{2}$ ($x < 0$) 与 $g(x) = x^2 + \ln(x+a)$ 的图象上存在关于 y 轴对称的点，则 a 的取值范围是（ ）

- A. $\left(-\infty, \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ B. $(-\infty, \sqrt{e})$ C. $\left(-\frac{1}{\sqrt{e}}, \sqrt{e}\right)$ D. $\left(-\sqrt{e}, \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$

【答案】B

【解析】由题意得：方程 $g(x) = x^2 + e^{-x} - \frac{1}{2}$ 有正数解，即 $\ln(x+a) = e^{-x} - \frac{1}{2}$ 有正数解，由图像知

$\ln a < e^0 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a < \sqrt{e}$ ，选 B。



4. 已知 $\lambda \in \mathbb{R}$ ，函数 $f(x) = \begin{cases} |x+1|, & x < 0, \\ \lg x, & x > 0, \end{cases}$ $g(x) = x^2 - 4x + 1 + 4\lambda$ ，若关于 x 的方程 $f(g(x)) = \lambda$ 有 6 个解，则 λ 的取值范围为 ()

- A. $(0, \frac{2}{3})$ B. $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$ C. $(\frac{2}{5}, \frac{1}{2})$ D. $(0, \frac{2}{5})$

【答案】D

【解析】函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, -1]$ 上递减，在 $[-1, 0)$ 和 $(0, +\infty)$ 上递增， $f(x)$ 的图象如图所示，由于方程 $g(x) = m$ 最多只有两解，因此由题意 $f(n) = \lambda$ 有三解，所以 $0 < \lambda < 1$ 且三解 n_1, n_2, n_3 满足 $n_1 < -1$ ， $-1 < n_2 < 0$ ， $n_3 > 1$ ， $n_1 = -1 - \lambda$ ，所以 $g(x) = x^2 - 4x + 1 + 4\lambda = -1 - \lambda$ 有两解， $(x-2)^2 = -5\lambda + 2 > 0$ ， $\lambda < \frac{2}{5}$ ，所以 $0 < \lambda < \frac{2}{5}$ ，故选 D.

