

【高三物理 典题训练 11】

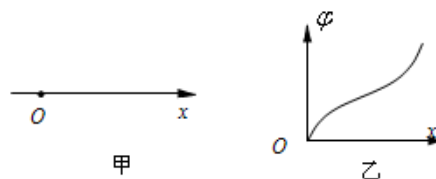
静电场中的电势图象 答案详解

【知识梳理】

对于任意非均匀电场，选取某一微元区域，则该区域可看作为匀强电场，由于在匀强电场中，场强满足 $E=U/d$ ，即场强的另一层物理意义为：沿电场线方向，单位距离上的电势降落。可知在 $\varphi-x$ 图象中，每一点的切线斜率即为 $-E$ ，斜率大小为场强大小，斜率正负对应方向的反向为场强方向。

或利用公式推导： $W_{\text{电}}=F\Delta x=qE\Delta x$ ，同时 $W_{\text{电}}=qU=-q\Delta\varphi$ ，故 $\varphi-x$ 图象斜率 $k=\frac{\Delta\varphi}{\Delta x}=-E$ 。

【典例 1】如图甲所示，一条电场线与 Ox 轴重合，取 O 点电势为零， Ox 方向上各点的电势随 x 变化的情况如图乙所示。若在 O 点由静止释放一电子，电子仅受电场力的作用，则（ ）



- A. 电子将沿 Ox 方向运动 B. 电子的电势能将增大
C. 电子运动的加速度恒定 D. 电子运动的加速度先增大后减小

【答案】A

【解析】A、由图看出，电势逐渐升高，则电场线方向沿 Ox 负方向，电子所受的电场力沿 Ox 正方向，则电子将沿 Ox 正方向运动，故 A 正确；

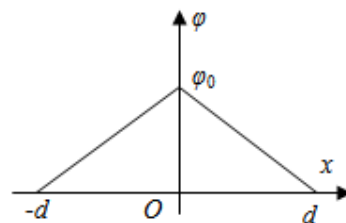
B、由静止释放后，电场力对电子做正功，电子的电势能减小，故 B 错误；

C、D、 $\varphi-x$ 图象的斜率大小等于电场强度，由图象可知，斜率先减小后增大，则电场强度先减小后增大，所以电子的加速度先减小后增大。故 CD 错误。

故选 A。

【考点】电势图象问题，场强。

【典例 2】静电场方向平行于 x 轴，其电势 φ 随 x 的分布可简化为如图所示的折线，图中 φ_0 和 d 为已知量。一个带负电的粒子在电场中以 $x=0$ 为中心，沿 x 轴方向做周期性运动。已知该粒子质量为 m 、电量为 $-q$ ，其动能与电势能之和为 $-A$ ($0 < A < q\varphi_0$)。忽略重力。求：



- (1) 粒子所受电场力的大小；
(2) 粒子的运动区间；
(3) 粒子的运动周期。

【答案】(1) $q\frac{\varphi_0}{d}$ ；(2) $-d(1-Aq\varphi_0) \leq x \leq d(1-Aq\varphi_0)$ ；(3) $\frac{4d}{q\varphi_0}\sqrt{2m(q\varphi_0-A)}$

【解析】(1) 由图可知，0 与 d （或 $-d$ ）两点间的电势差为 φ_0 ，电场强度的大小 $E=\frac{\varphi_0}{d}$ ，电场力的大小

$$F=qE=q\frac{\varphi_0}{d}。$$

(2) 设粒子在 $[-x, x]$ 区间内运动，速率为 v ，由题意得，由图可知 $\frac{1}{2}mv^2 - q\varphi = -A$ ， $\varphi = \varphi_0(1 - |x|/d)$ 。

故有 $\frac{1}{2}mv^2 = q\varphi_0(1 - |x|/d) - A$ 。因动能非负，有 $q\varphi_0(1 - |x|/d) - A \geq 0$ ，得 $|x| \leq d(1 - A/q\varphi_0)$ ，

即 $|x| \leq d(1 - A/q\varphi_0)$ 。粒子运动区间 $-d(1 - A/q\varphi_0) \leq x \leq d(1 - A/q\varphi_0)$ 。

(3) 粒子从 $-x_0$ 处开始运动的四分之一周期，根据牛顿第二定律，粒子的加速度 $a = \frac{F}{m} = \frac{Eq}{m} = \frac{q\varphi_0}{md}$ 。

由匀加速直线运动 $t = \sqrt{\frac{2x_0}{a}}$ ，得 $t = \sqrt{\frac{2md^2}{q\varphi_0}(1 - \frac{A}{q\varphi_0})}$ ，粒子运动周期 $T = 4t = \frac{4d}{q\varphi_0} \sqrt{2m(q\varphi_0 - A)}$ 。

【考点】电势图象问题，动能定理。

[典例 3] 在绝缘粗糙的水平面上相距为 $6L$ 的 A、B 两处分别固定电量不等的正电荷，两电荷的位置坐标如图（甲）所示，已知 B 处电荷的电量为 $+Q$ 。图（乙）是 AB 连线之间的电势 φ 与位置 x 之间的关系图像，图中 $x=L$ 点为图线的最低点， $x=-2L$ 处的纵坐标 $\varphi = \varphi_0$ ， $x=0$ 处的纵坐标 $\varphi = 25/63\varphi_0$ ， $x=2L$ 处的纵坐标 $\varphi = 3/7\varphi_0$ 。若在 $x=-2L$ 的 C 点由静止释放一个质量为 m 、电量为 $+q$ 的带电物块（可视为质点），物块随即向右运动，求：

(1) 固定在 A 处的电荷的电量 Q_A ；

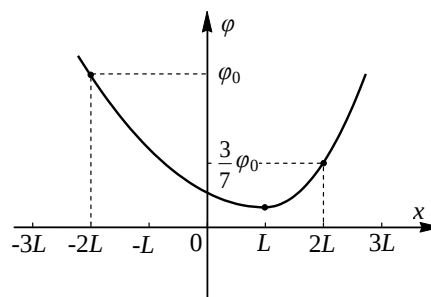
(2) 为了使小物块能够到达 $x=2L$ 处，试讨论小物块与水平面间的动摩擦因数 μ 所满足的条件；

(3) 若小物块与水平面间的动摩擦因数 $\mu = \frac{kqQ}{3mgL^2}$ ，小物块运动到何处时速度最大？并求最大速度 v_m ；

(4) 试画出 μ 取值不同的情况下，物块在 AB 之间运动大致的速度—时间关系图像。



图（甲）



图（乙）

【答案】(1) $Q_A = 4Q$ ；(2) $\mu \leq \frac{q\varphi_0}{7mgL}$ ；(3) $v_m = \sqrt{\frac{76q\varphi_0}{63m} - \frac{4kqQ}{3mL}}$ ；(4) 见解析。

【解析】(1) 由图（乙）得， $x=L$ 点为图线的最低点，切线斜率为零，即合场强 $E_{\text{合}} = 0$ ，所以 $\frac{kQ_A}{r_A^2} = \frac{kQ_B}{r_B^2}$ ，

$$\text{得 } \frac{kQ_A}{(4L)^2} = \frac{kQ_B}{(2L)^2}, \text{ 解得 } Q_A = 4Q;$$

(2)物块先做加速运动再做减速运动，到达 $x=2L$ 处速度 $v_1 \geq 0$ ，从 $x=-2L$ 到 $x=2L$ 过程中，由动能定理得： $qU_1 - \mu mgs_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 - 0$ ，即 $q(\varphi_0 - \frac{3}{7}\varphi_0) - \mu mg(4L) = \frac{1}{2}mv_1^2 - 0 \geq 0$ 。

$$\text{解得 } \mu \leq \frac{q\varphi_0}{7mgL};$$

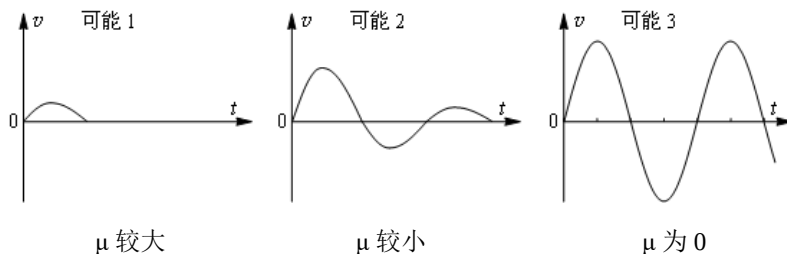
(3)小物块运动速度最大时，电场力与摩擦力的合力为零，设该位置离 A 点的距离为 L_A

$$\text{则: } \frac{k \cdot q(4Q)}{L_A^2} - \frac{k \cdot qQ}{(6L - L_A)^2} = \mu mg, \text{ 解得 } L_A = 3L, \text{ 即小物块运动到 } x=0 \text{ 时速度最大。}$$

小物块从 $x=-2L$ 运动到 $x=0$ 的过程中，由动能定理得： $qU_2 - \mu mgs_2 = \frac{1}{2}mv_m^2 - 0$ ，

$$\text{代入数据: } q(\varphi_0 - \frac{25}{63}\varphi_0) - \mu mg(2L) = \frac{1}{2}mv_m^2 - 0, \text{ 解得 } v_m = \sqrt{\frac{76q\varphi_0}{63m} - \frac{4kqQ}{3mL}}。$$

(4)物块在 AB 之间运动大致的速度-时间关系图象可能为:



【考点】电势图象问题，动能定理，场强。

[典例 4]粗糙绝缘的水平面附近存在一个平行于水平面的电场，其中某一区域的电场线与 x 轴平行，且沿 x 轴方向的电势 ϕ 与坐标值 x 的关系如表所示：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x/m	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45
$\phi/10^5V$	9.00	4.50	3.00	2.25	1.80	1.50	1.29	1.13	1.00

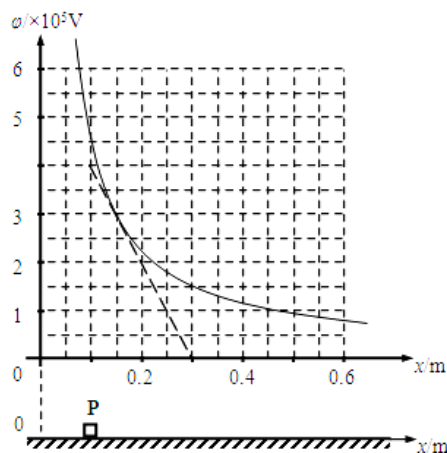
根据上述表格中的数据可作出如图的 $\phi-x$ 图象。现有一质量为 $0.10kg$ ，电荷量为 $1.0 \times 10^{-7}C$ 带正电荷的滑块（可视为质点），其与水平面的动摩擦因素为 0.20 。问：

(1)由数据表格和图象给出的信息，写出沿 x 轴的电势 ϕ 与 x 的函数关系表达式。

(2)若将滑块无初速地放在 $x=0.10m$ 处，则滑块最终停止在何处？

(3)在上述第(2)问的整个运动过程中，它的加速度如何变化？当它位于 $x=0.15m$ 时它的加速度多大？

(4)若滑块从 $x=0.60m$ 处以初速度 v_0 沿 $-x$ 方向运动，要使滑块恰能回到出发点，其初速度 v_0 应为多大？



【答案】(1) $\varphi = \frac{4.5 \times 10^4}{x}$ V；(2) 0.225m；(3) 在上述第(2)问的整个运动过程中，它的加速度先变小后变大；

当它位于 $x=0.15\text{m}$ 时它的加速度为零；(4) 2.12m/s。

【解析】(1) 由数据表格和图象可得，电势 φ 与 x 成反比关系，即 $\varphi = \frac{k}{x}$ ；当 $x=0.1\text{m}$ 时，电势 $\varphi=4.5\text{V}$ ，

代入上述公式，得到 $k=4.5 \times 10^4$ ，故沿 x 轴的电势 φ 与 x 的函数关系表达式 $\varphi = \frac{4.5 \times 10^4}{x}$ V。

(2) 滑块运动的全部过程中，只有电场力和摩擦力做功，由动能定理得 $W_F + W_f = \Delta E_K = 0$

设滑块停止位置为 x_2 ，有 $q(\varphi_1 - \varphi_2) - \mu mg(x_2 - x) = 0$ ，即 $q(\frac{4.5 \times 10^4}{x} - \frac{4.5 \times 10^4}{x_2}) - \mu mg(x_2 - x) = 0$ ，

代入数据有 $1.0 \times 10^{-7} (\frac{4.5 \times 10^4}{0.1} - \frac{4.5 \times 10^4}{x_2}) - 0.20 \times 0.10 \times 10(x_2 - 0.1) = 0$ ，

可解得 $x_2 = 0.225\text{m}$ （舍去 $x_2 = 0.1\text{m}$ ），故滑块最终停止在坐标为 0.225m 的位置。

(3) 先做加速度减小的加速运动，后做加速度增大的减速运动。即加速度先减小后增大。

当它位于 $x=0.15\text{m}$ 时，图象上该点的切线斜率表示场强大小 $E = \frac{\varphi}{x} = \frac{3.00 \times 10^5}{0.15} = 2.0 \times 10^6 \text{N/C}$ 。

滑块在该点水平合力 $F_x = Eq - \mu mg = 2.0 \times 10^6 \times 1.0 \times 10^{-7} - 0.20 \times 0.10 \times 10 = 0$ ，滑块加速度 $a = \frac{F_x}{m} = 0$ 。

故在上述第(2)问的整个运动过程中，它的加速度先变小后变大；当它位于 $x=0.15\text{m}$ 时它的加速度为零。

(4) 设滑块到达的最左侧位置为 x_1 ，则滑块由该位置返回到出发点的过程中，

由动能定理 $W_F + W_f = \Delta E_K = 0$ ，有 $q(\varphi_1 - \varphi_2) - \mu mg(x - x_1) = 0$ ，

代入数据有 $1.0 \times 10^{-7} (\frac{4.5 \times 10^4}{x_1} - \frac{4.5 \times 10^4}{0.6}) - 0.20 \times 0.10 \times 10(0.6 - x_1) = 0$ ，

可解得 $x_1 = 0.0375\text{m}$ （舍去 $x_1 = 0.6\text{m}$ ）。

再对滑块从开始运动到返回出发点的整个过程，由动能定理 $-2\mu mg(x - x_1) = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2$

代入数据有 $2 \times 0.20 \times 0.10 \times 10(0.60 - 0.0375) = 0.5 \times 0.10v_0^2$ ，可解得 $v_0 = \frac{3}{2}\sqrt{2} \approx 2.12\text{m/s}$ 。

即滑块从 $x=0.60\text{m}$ 处以初速度 v_0 沿 $-x$ 方向运动，要使滑块恰能回到出发点，其初速度 v_0 应为 2.12m/s。

【考点】电势图象问题，动能定理。