函数单调性

1.函数 $y=\log_2\left(-x^2+3x+4\right)$ 的单调减区间为_________.

【答案】$\left[\frac{3}{2},4\right)$；

【解析】由 $-x^2+3x+4>0$ 得定义域为：$\left(-1,4\right)$，由复合函数单调性得求 $y=-x^2+3x+4$ 在定义域上单调减区间，即为 $\left[\frac{3}{2},4\right)$

2.已知函数 $f\left(x\right)=a^{x^3}(a>0且a\neq 1)$ 是定义域 R 上的增函数，且 $g\left(x\right)=\log_a\left(x^2-mx-3\right)$ 在区间 $\left[1,+\infty\right)$ 上是单调递增函数，则实数 m 的取值范围_________.

【答案】$m<-2$

【解析】试题解析：因为函数 $y=x^3$ 为 R 上为增函数，又 $f\left(x\right)$ 为 R 上为增函数，

所以 $a>1$，则函数 $y=\log_a x$ 为增函数，

而对于二次函数 $y=x^2-mx-3$，其开口向上，对称轴为 $x=\frac{m}{2}$，

又函数 $g\left(x\right)=\log_a\left(x^2-mx-3\right)$ 在区间 $\left[1,+\infty\right)$ 上是单调递增函数，

所以，$\begin{cases}1-m-3>0\\ \frac{m}{2}\leq 1\end{cases}\Rightarrow m<-2$.

3.已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}\left(3-a\right)x-6,x\leq 10\\ a^{x-9},x>10\end{cases}$，若数列 $\left\{a_n\right\}$ 满足 $a_n=f\left(n\right)\left(n\in N^*\right)$，且 $\left\{a_n\right\}$ 是递增数列，则实数 a 的取值范围是(　　)

A. (1,3)　　B. $\left(1,2\right]$　　C. (2,3)　　D. $\left[\frac{24}{11},3\right)$

【答案】C

【解析】因为 $\left\{a_n\right\}$ 是递增数列,所以 $\begin{cases}3-a>0\\ a>1\\ \left(3-a\right)\times 10-6<a^{11-9}\end{cases}$,解得 $\begin{cases}a<3\\ a>1\\ a>2或a<-12\end{cases}$,即 $2<a<3$,故选 C.

4.已知函数 $f\left(x\right)=2017^x+\log_{2017}\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)-2017^{-x}+2$，则关于 x 的不等式 $f\left(3x+1\right)+f\left(x\right)>4$ 的解集为(　　)

A. $\left(-\infty,-\frac{1}{4}\right)$　B. $\left(-\frac{1}{4},+\infty\right)$　C. $(0,+\infty)$　D. $(-\infty,0)$

【答案】B

【解析】设 $g(x)=2017^{x}-2017^{-x}+\log_{2017}\left(\sqrt{x^{2}+1}+x\right)$

则可以判断 $g(x)$ 在 R 上单调递增的奇函数，

∴由 $f(3x+1)+f(x)>4$,得 $g(3x+1)+g(x)>0$.则 $g(3x+1)>g(-x)$.

∴ $3x+1>-x$，解得 $x>-\frac{1}{4}$.

∴原不等式的解集为 $\left(-\frac{1}{4},+\infty\right)$.

5. 若定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足：对于任意 x_1，$x_2\in[-2015,2015]$，都有 $f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)-2015$，且当 $x>0$ 时，有 $f(x)<2015$，$f(x)$ 在区间 $[-2015,2015]$ 上的最大值，最小值分别为 M，N，则 $M+N$ 的值为(　　)

A. 2014　B. 2015　C. 4028　D. 4030

【答案】D

【解析】因为对于任意 x_1，$x_2\in[-2015,2015]$，都有 $f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)-2015$，所以令 $x_1=x_2=0$，得 $f(0)=2015$，再令 $x_1+x_2=0$，将 $f(0)=2015$ 代入可得 $f(x)+f(-x)=4030$，设 $x_1<x_2$，x_1，$x_2\in[-2015,2015]$，则 $x_2-x_1>0$，$f(x_2-x_1)=f(x_2)+f(-x_1)-2015$，所以 $f(x_2)+f(-x_1)-2015<2015$，又因为 $f(-x_1)=4030-f(x_1)$，所以可得 $f(x_2)<f(x_1)$，即函数 $f(x)$ 是递减函数，所以当 $x\in[-2015,2015]$ 时，$f(x)_{\max}=f(-2015)$，$f(x)_{\min}=f(2015)$，又因为 $f(2015)+f(-2015)=4030$，所以 $M+N$ 的值为 4030，故选 D.