不等式

1．设$a,b,c\in R$且$a>b$，则下列选项中正确的是(　　)

A. $ac>bc$　　B. $a^2>b^2$　　C. $a^3>b^3$　　D. $\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$

【答案】C

【解析】∵$a>b$，当c≤0时，A显然不成立；a=1，b=-2时，$a^2<b^2$,故B不正确；y=x^3在R上为增函数，故C正确；当a=1，b=0时，D显然不正确.
故选C.

2．已知$a,b,c\in R$，那么下列命题中正确的是(　　)

A. 若$a>b$,则$ac^2>bc^2$　　B. 若$\dfrac{a}{c}>\dfrac{b}{c}$，则$a>b$

C. 若$a^3>b^3$,且$ab<0$，则$\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$　　D. 若$a^2>b^2$,且$ab>0$，则$\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$

【答案】C

【解析】当$c=0$时，$ac^2=bc^2$，选项A是假命题；

若$c<0$，则由$\dfrac{a}{c}>\dfrac{b}{c}$可得$a<b$，选项$B$是假命题；

若$a^3>b^3$且$ab<0$，则$\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$ (对)，若$a^3>b^3$且$ab<0$，则$\begin{cases}a>0\\b>0\end{cases}$

若$a^2>b^2$且$ab>0$，则$\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$ (错)，若$\begin{cases}a<0\\b<0\end{cases}$，则$D$不成立。

本题选择C选项.

3．二次不等式$ax^2+bx+1>0$的解集为$\{x\,|-1<x<\dfrac{1}{2}\}$，则$ab$的值为(　　)

A. -6　　B. -2　　C. 2　　D. 6

【答案】C

4．已知$\dfrac{a^2+2a+2}{x}\le\dfrac{4}{x^2-x}+1$对于任意的$x\in(1,+\infty)$恒成立，则（　　）

A. a的最小值为-3　　B. a的最小值为-4

C. a的最大值为2　　D. a的最大值为4

【答案】A

【解析】因为$x\in(1,+\infty)$，所以$x-1>0,x>0$。不等式$\dfrac{a^2+2a+2}{x}\le\dfrac{4}{x^2-x}+1$可化为$a^2+2a+3\le x\left(\dfrac{4}{x^2-x}+1\right)$即$a^2+2a+3\le\dfrac{4}{x-1}+x-1+1$，因为

官方网站：www.jidiedu.com | 联系电话：55051096　61320897
华东总部：上海市杨浦区五角场万达广场C座9层（政通路177号）
上海市徐家汇中金国际广场C座7层（漕溪北路375号）

$\frac{4}{x-1}+x-1+1\ge 2\sqrt{\frac{4}{x-1}(x-1)}+1=5$，当且仅当 $\begin{cases}x>1\\ \frac{4}{x-1}=x-1\end{cases}$ 即 $x=3$ 时，上式取“=”号。所以

$a^2+2a+3\le 5$，解得 $-3\le a\le 1$ 。故选 A。

5．不等式 $\frac{3x}{2x+1}\le 1$ 的解集为（　　）

A. $(-\infty,1]$　　B. $\left[-\frac{1}{2},1\right]$　　C. $\left(-\frac{1}{2},1\right]$　　D. $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup[1,+\infty)$

【答案】C

【解析】由题可知：$\frac{3x}{2x+1}-1\le 0$，$\frac{3x-2x-1}{2x+1}\le 0\Rightarrow\begin{cases}(x-1)(2x+1)\le 0\\ 2x+1\ne 0\end{cases}\Rightarrow -\frac{1}{2}< x\le 1$

6．已知对于任意的 $x\in(-\infty,1)\cup(5,+\infty)$，都有 $x^2-2(a-2)x+a>0$，则实数 a 的取值范围是____.

【答案】$(1,5]$（或 $1<a\le 5$）

【解析】利用一元二次方程根的分布去解决，设 $f(x)=x^2-2(a-2)x+a$ ，

当 $\Delta=4(a-2)^2-4a<0$ 时，即 $1<a<4$ 时， $f(x)>0$ 对 $x\in R$ 恒成立；

当 $a=1$ 时， $f(-1)=0$ ，不合题意；

当 $a=4$ 时， $f(2)=0$ 符合题意；

当 $\Delta<0$ 时， $\begin{cases}\Delta<0\\ 1<a-2<5\\ f(1)\ge 0\\ f(5)\ge 0\end{cases}$ ，即 $\begin{cases}a<1\text{或}a>4\\ 2<a<7\\ a\le 5\\ a\le 5\end{cases}$ ，即： $4<a\le 5$

综上所述：实数 a 的取值范围是 $(1,5]$.

7．若不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为 $(-1,2)$，则不等式 $cx^2-(a+c)x-b<0$ 的解集为_________.

【答案】$\left(-\frac{1}{2},1\right)$

【解析】由题可知-1,2 为方程的根，故 $\frac{b}{a}=-1,\frac{c}{a}=-2$ 又 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为 $(-1,2)$ 故 a<0,则

$c=-2a,b=-a$ 得 $cx^2-(a+c)x-b<0$ 即 $-2ax^2+ax+a\langle 0\Rightarrow -2x^2+x+1\rangle 0$ 所以解集为 $\left(-\frac{1}{2},1\right)$

8．不等式$(a-2)x^2+2(a-2)x-4<0$对一切$x\in \mathrm{R}$恒成立，则实数a的取值范围是__________.

【答案】$(-2,2]$

【解析】当$a-2=0$， $a=2$时不等式即为$-4<0$ ，对一切$x\in R$恒成立 ①

当$a\neq 2$时，则须$\begin{cases} a-2<0 \\ \triangle=4(a-2)^2+16(a-2)<0 \end{cases}$ ，$\therefore -2<a<2$②

由①②得实数a的取值范围是$(-2,2]$，故答案为$(-2,2]$.

9．若关于x的不等式$mx^2-6x+m^2<0$的解集为$(-\infty,-3)\cup(n,+\infty)$，则$n$的值为____.

【答案】1 或 2

【解析】由于关于x的不等式$mx^2-6x+m^2<0$的解集为$(-\infty,-3)\cup(n,+\infty)$，故$-3,n$是方程$mx^2-6x+m^2=0$的两个根，故$\begin{cases} m<0 \\ m^2+9m+16=0 \end{cases}$， $m=-3$或$m=-6$；当$m=-3$时， $n=1$，经检验满足题意；当$m=-6$时， $n=2$，经检验满足题意，故答案为 1 或 2.

10．若不等式$|x-a|-|x|<2-a^2$对$x\in R$恒成立，则实数a的取值范围是__________.

【答案】$-1<a<1$

【解析】∵不等式$|x-a|-|x|<2-a^2$对$x\in R$恒成立，

∴$2-a^2$大于$|x-a|-|x|$的最大值，

根据绝对值的几何意义，

$|x-a|$表示数轴上的数x到a距离，$|x|$表示数轴上的数x到原点的距离，

∴$|x-a|-|x|$的最大值为$|a-0|$即$|a|$,

∴$2-a^2>|a|$,即$|a|^2+|a|-2<0$,得$(|a|+2)(|a|-1)<0$，

解得 $0\leqslant |a|<1$， ∴$-1<a<1$.

故答案为：$(-1,1)$.

如果本套试题有不会的题目，请于每周五，周六，周日下午 16:00----17:00 来吉地教育五角场校区，一线教师，免费为你一对一答疑！