基本初等函数---答案

1．A

【解析】因为 $\log_{\frac{1}{2}}a<\log_{\frac{1}{2}}b$，所以 $a>b>0$，由幂函数的性质得 $\left(\frac{1}{4}\right)^b<\left(\frac{1}{3}\right)^b$，由指数函数的性质得 $\left(\frac{1}{4}\right)^a<\left(\frac{1}{4}\right)^b$，因此 $\left(\frac{1}{4}\right)^a<\left(\frac{1}{3}\right)^b$，故选 A.

2．A

【解析】当 $2-a<2$ 时，$-\log_2\left(3-\left(2-a\right)\right)=1\Rightarrow 1+a=\frac{1}{2},a=-\frac{1}{2}$（舍）；当 $2-a\geq 2$ 时，$2^{2-a-2}-1=1\Rightarrow a=-1\Rightarrow f\left(a\right)=-\log_2 4=-2$，选 A.

3．C

【解析】当 $x\leq 1$ 时，$f\left(x\right)=2^x+1$ 为增函数，则 $f\left(x\right)>1$，当 $x>1$ 时，$f\left(x\right)=1-\log_2 x$ 为减函数，则 $f\left(x\right)<1,\because f\left(1-m^2\right)>f\left(2m-2\right)$，$\therefore\begin{cases}1-m^2\leq 1\\2m-2\leq 1\\1-m^2>2m-2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}1-m^2>1\\2m-2>1\\1-m^2<2m-2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}1-m^2\leq 1\\2m-2>1\end{cases}$，解得 $-3<m<1$ 或 $x>\frac{3}{2}$，故选 C.

4．A

【解析】函数 $f(x)=\begin{cases}\log_2\left(x^2-2ax+3a\right),x\geq 1\\1-x^2,x<1\end{cases}$，当 $x<1$ 时，$f\left(x\right)=1-x^2\leq 1,\therefore x\geq 1$ 时，$f\left(x\right)=\log_2\left(x^2-2ax+3a\right),x\geq 1$ 的最小值小于1，因为 $y=x^2-2ax+3a$ 的开口向上，对称轴为 $x=a$，若 $a\leq 1$，当 $x\geq 1$ 时，函数是增函数，最小值为 $f\left(1\right)=\log_2\left(1+a\right)$，可得 $\log_2\left(1+a\right)\leq 1$，解得 $a\in\left(-1,1\right]$；若 $a>1$，最小值为 $f\left(a\right)=\log_2\left(3a-a^2\right)$，可得 $\log_2\left(3a-a^2\right)\leq 1$，解得 $a\in\left[2,3\right)$，常数 a 的取值范围是 $\left(-1,1\right]\cup\left[2,3\right)$，故选 A.

5．$\left(-\infty,1-\ln 2\right]\cup\left[1+e^2,+\infty\right)$

【解析】由 $\begin{cases}x\leq 1\\e^{1-x}\geq 2\end{cases}$，得 $x\leq 1-\ln 2$，由 $\begin{cases}x>1\\ln\left(x-1\right)\geq 2\end{cases}$，得 $x\geq 1+e^2$，所以 $f\left(x\right)\geq 2$ 成立的 x 的取值范围是 $\left(-\infty,1-\ln 2\right]\cup\left[1+e^2,+\infty\right)$，故答案为 $\left(-\infty,1-\ln 2\right]\cup\left[1+e^2,+\infty\right)$.

6．16

【解析】正实数 m,n 满足 $m<n$ 且 $f(m)=f(n)$，$\therefore m<1<n,\log_4 m<0,\log_4 n>0,$ 则 $-\log_4 m=\log_4 n$

$\therefore \dfrac{1}{m}=n, mn=1$，$\because f(x)$ 在区间 $[m^2,n]$ 上的最大值为 2，$\therefore f(x)$ 在区间 $\left[m^2,\dfrac{1}{m}\right]$ 上的最大值为 2，

$\therefore -\log_4 m^2=2$，则 $-\log_4 m=1$，解得 $m=\dfrac{1}{4}, n=4, \dfrac{n}{m}=16$.

7．1

【解析】由题意，函数 $f(x)=|\ln x|$，$\because f(m)=f(n)$，$\therefore |\ln m|=|\ln n|$

$\because m>n>0$，$\therefore -\ln m=\ln n$，$nm=1$，

则 $\dfrac{m}{m+1}+\dfrac{n}{n+1}=\dfrac{2mn+m+n}{nm+n+m+1}=\dfrac{2+m+n}{1+m+n+1}=1$.